

# DEUTSCHE BAUZEITUNG

## MITTEILUNGEN ÜBER

### ZEMENT, BETON- UND EISENBETONBAU

\* \* \* \* \*  
UNTER MITWIRKUNG \* DES VEREINS DEUTSCHER PORTLAND-CEMENT-  
\* \* FABRIKANTEN \* UND \* DES DEUTSCHEN BETON-VEREINS \* \*

VII. JAHRGANG 1910.

NO. 23.

#### Neuere Maschinen zur Betonbereitung und -Verarbeitung. (Fortsetzung aus No. 19.)

##### 1. Betonmischmaschinen. (Fortsetzung.)

**E**inleitend ist auch der Unterschied in der Arbeitsweise von Mischmaschinen mit stetigem Betrieb und solchen mit unterbrochenem Betrieb auseinander gesetzt worden, es sind die Vorzüge und Nachteile beider Systeme besprochen und es ist schließlich darauf hingewiesen worden, daß man sich im allgemeinen mehr der letzten Mischmethode mit absatzweisem Betrieb zugewandt hat. Eine Reihe von Maschinenfabriken, die den Bau von Betonmischmaschinen als Sonderzweig betreiben, hat sich jedoch auch die Verbesserung der ununterbrochen arbeitenden Maschinen angelegen sein lassen und hat damit gute Erfolge erzielt.

Bei der Mehrzahl dieser Ausführungen erfolgt die Mischung durch Uebersturz der Materialien im schrägliegenden in Drehung versetzten Zylinder, in dessen oberes offenes Ende das Material eingefüllt wird, während es in der Nähe des unteren geschlossenen Endes durch eine im Zylindermantel angebrachte Oeffnung bei der Drehung in Schüttrinnen, bzw. unmittelbar in die untergestellten Transportgefäße entleert wird. Die innige Mischung wird unterstützt durch auf den Zylindermantel aufgenietete Mithnehmerin winkelförmiger oder schaufelartiger Ausbildung, die das Material außerdem durcheinander werfen. Die Wasserzuführung, die bei den besser ausgebildeten Maschinen selbsttätig geregelt wird, erfolgt nicht gleich am Anfang des Mischzylinders, vielmehr durchläuft das Material erst einen gewissen Weg im trockenen Zustand, wird also zuerst allein gemischt, und erst dann erfolgt der Wasserzusatz (also wie bei den Maschinen mit unterbrochenem Betrieb). Die Zylinder sind meist an beiden Enden zur Verringerung des Kraftbedarfes zwischen zwei Rollen gelagert, der Antrieb erfolgt vom oberen oder unteren Ende aus, vielfach indem ein Zahnrad in einen am Zylinderrand aufgeschobenen Zahnkranz eingreift.

Maschinen dieser Art baut u. a. die Spezialmasch.-Fabrik für Sandverwertung, „Leipziger Cementindustrie Dr. Gaspar & Co.“ in Markranstädt bei Leipzig. Die Maschinen werden feststehend und fahrbar in Größen von 3 cbm stündlicher Leistung für Handbetrieb und für 5 cbm mit Kraftbetrieb gebaut, in letzterem Falle mit einem Kraftbedarf von 0,5—1 PS. nach Angabe der Firma. Verschiedene Ausführungsformen baut ferner die Masch.-Fabrik Rhein und Lahn, Gauhe, Gockel & Cie. in Oberlahnstein a. Rh.

Eine dieser Formen zeigt ebenfalls einen schräg geneigten Zylinder, der am unteren Ende aber konisch verengt ist. Damit wird das Material vor dem Austritt zusammengedrängt und noch einmal gut durcheinander geworfen, anderseits wird hier etwas an der Höhe gespart, was wieder der Höhenlage der Einschüttöffnung zu gute kommt. Die Maschine, die in Abbildung 7 in ihrer äußeren Erscheinung dargestellt ist, wird mit Benzinmotor für den Antrieb und mit besonderer Abmeßvorrichtung für die einzufüllenden Materialien geliefert. Letztere Vorrichtung, die übrigens auch in ähnlicher Form an den Betonmischmaschinen anderer Bauart angebracht wird, um in mechanischer Weise die Aufrechterhaltung des vorgeschriebenen Mischungsverhältnisses zu sichern, besteht hier aus 3 verschieden großen Bechern für Kies, Sand und Zement, die in einem bestimmten Verhältnis zu einander stehen. Unter gewöhnlichen Verhältnissen 1:3:6 = 5<sup>1</sup> Zement,

15<sup>1</sup> Sand, 30<sup>1</sup> Kies. Um ein anderes Mischungsverhältnis herzustellen, können entweder Becher anderer Größenverhältnisse eingehängt, oder einfacher die Becher entsprechend mit Holz ausgefüttert werden, sodaß ihr Inhalt entsprechend reguliert wird. Unter dem Zementbecher ist noch ein Kasten zur Aufnahme des Zementsackes angebracht, von wo aus dann der Zement mit Schaufeln in den Becher eingefüllt wird, um jede Materialverschwendung zu verhindern. Die Becher werden dann mittels einer Hebelbewegung gleichzeitig in einen Schüttrichter gekippt, der das Material dem oberen, offenen Zylinderende zuführt. Zur weiteren Erhöhung der Gleichmäßigkeit der Mischung wird auch das Wasser aus regulierbaren Abmeßgefäßen dem Mischgut selbsttätig beigegeben, und zwar bei jedesmaligem Umkippen eines der Becher. Erst in Trommelmitte aber kommt das Wasser mit den schon trocken vorgemischten Materialien in Berührung.

Die Maschinen werden mit Leistungen bis zu 7 cbm/Std. gebaut, ihr Kraftbedarf wird hierfür auf 1—1,5 PS. angegeben. Wird die Maschine noch mit einer Windevorrichtung zum Hochziehen des fertigen Betons im Bau versehen, so kommen hierfür noch 2—3 PS. je nach Größe der Fördergefäße hinzu. Die Maschinen werden kompensiös gebaut, sodaß sie in stärkster Bauart doch nur eine Fläche von 4,3 · 1,10 m bedecken bei 2,3 m Höhe.

Eine neuere Ausführungsform derselben Masch.-Fabrik hat im Gegensatz zu der vorbeschriebenen Mischmaschine eine mit der Unterkante wagrecht liegende Trommel, die nun natürlich eine im ganzen konische Form erhalten mußte, damit das Material trotzdem eine fortschreitende Bewegung nach dem Ende der Trommel erhält. Diese Anordnung hat den großen Vorzug, daß man Trommeln von größerer Länge bauen kann, die für die innige Durchmischung des Materiales natürlich von Vorteil ist, ohne dafür den Nachteil eines zu großen Höhenunterschiedes zwischen Einfüll- und Auslauföffnung zu erhalten. Erstere liegt vielmehr hier in gleicher Höhe wie die letztere und gestattet, da sie infolge der konischen Gestalt erhebliche Abmessungen hat und bei ihrer niedrigen Lage, ein unmittelbares Einschaufeln des Materiales oder Einstürzen mit Karren (Abb. 8), die das Mischgut in abgemessener Menge enthalten. Im ersteren Fall muß das Material in entsprechendem Verhältnis vorbereitet sein oder es wird erst in einen Vorfüllkasten gebracht, der vor der Einschüttöffnung der Trommel angebracht und in diese gekippt werden kann.

Die untere Oeffnung der Trommel kann in diesem Fall natürlich ebenfalls offen sein, wodurch sich die Entleerung noch etwas vereinfacht. Durch die konische Form, die nach der Ausflußmündung zu ein immer stärkeres Zusammendrängen der Betonmasse verursacht, wird die innige Mischung wiederum unterstützt.

Bezüglich der Wasserzuführung können dieselben Einrichtungen getroffen werden, wie bei der vorher erwähnten Mischmaschine mit geneigter Trommel, ebenso wird die Maschine mit Benzinmotor zum Antrieb und nach Wunsch auch mit Aufzugvorrichtung für die Hebung des fertigen Materiales versehen. Die Maschine wird mit einer Leistung bis zu 15 cbm/Stunde gebaut und erfordert dann für den Mischbetrieb allein 2—3 PS. nach Angabe der Firma. Die Maschine ist also für große Massenleistungen berechnet. Ihre Bauweise hat auch den Vorzug einer sehr leichten Reinigung des Zylinders, der an beiden Enden gut zugänglich ist.

Eine besondere Stellung unter den Mischmaschinen nehmen die Kollergänge ein, die ursprünglich zur

\*) Zu den Mitteilungen über die Ransome-Maschinen in No. 19 ist ergänzend hinzuzufügen, daß die Maschine jetzt auch in Deutschland selbst gebaut wird. Die Abbildung 5 links unten in No. 19 steht auf dem Kopf.

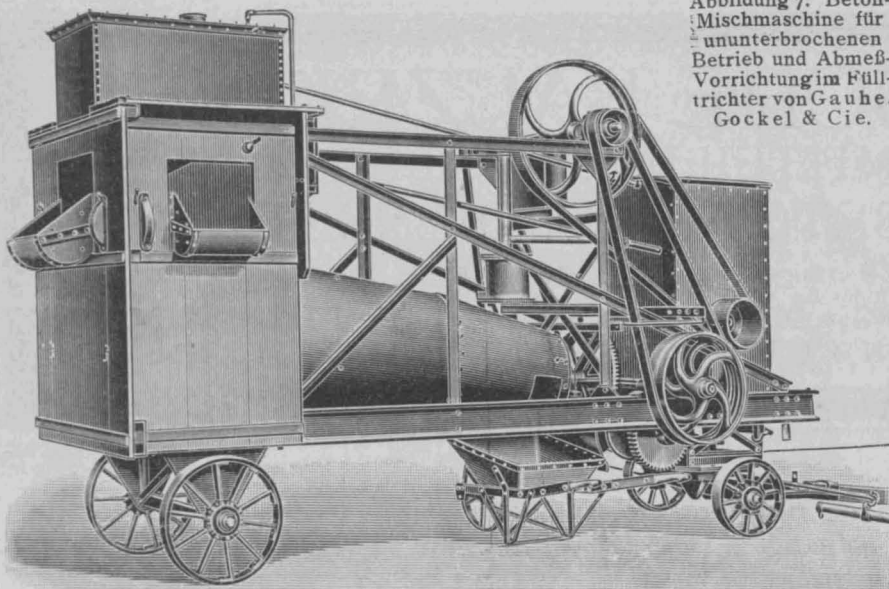
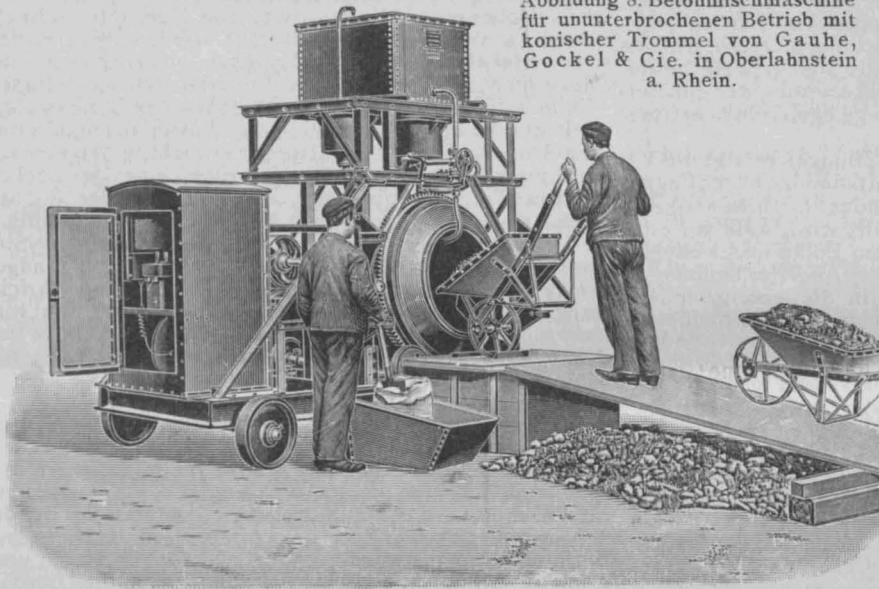


Abbildung 7. Beton-  
Mischmaschine für  
ununterbrochenen  
Betrieb und Abmeß-  
Vorrichtung im Füll-  
trichter von Gauhe,  
Gockel & Cie.

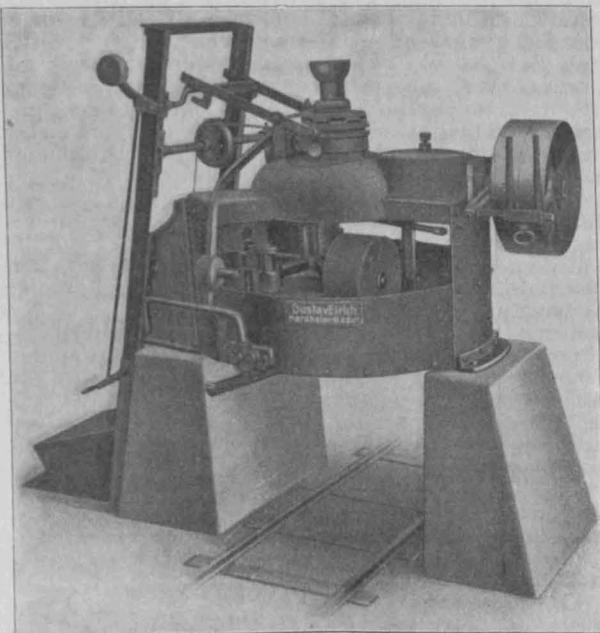
Zerkleinerung von Material-  
bestimmt, zu vorzüglichen  
Knetmaschinen ausgebildet und  
als solche ausgezeichnet geeig-  
net sind, feineres Material, also  
Mörtel oder Kiesbeton, innig zu  
mischen. Die Läuferrollen, die  
bei diesen Mischmaschinen das  
Durchkneten bewirken, dürfen  
natürlich nicht den Boden des  
Tellers berühren, in welchem  
die Mischung stattfindet, son-  
dern müssen in einem gewissen  
Abstand davon angebracht sein,  
da sie das Material nicht zer-  
kleinern sollen. Die Achsen der  
Läuferrollen werden außerdem  
zweckmäßig gelenkig gestaltet,  
damit eine gewisse Nachgiebig-  
keit vorhanden ist, falls mal ein  
größeres Stück mit unterläuft,  
das dem vorher regulierten Ab-  
stand nicht entspricht. Zwischen  
diesen werden noch Rührarme  
oder Scharrer angebracht, die den  
Läufern das Material zuführen.

Abbildung 8. Betonmischmaschine  
für ununterbrochenen Betrieb mit  
konischer Trommel von Gauhe,  
Gockel & Cie. in Oberlahnstein  
a. Rhein.



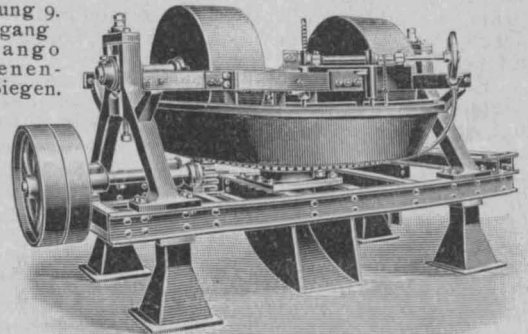
Zu den älteren Ausführun-  
gen dieser Art gehört der von  
Fr. Krupp-Grusonwerk ge-  
baute Böcklen'sche Kollergang,  
der beim Bau des Nord-  
Ostsee-Kanales seinerzeit mit  
bestem Erfolg bei sehr magerem,  
also schwer mischbaren  
Mörtel Anwendung gefunden  
hat. Seitdem ist die Herstellung  
solcher Mischmaschinen von  
verschiedenen Firmen aufge-  
nommen worden. So baut z. B.  
die schon erwähnte Firma Leip-  
ziger Cementindustrie, Dr.  
Gaspary & Co. in Markran-  
städt bei Leipzig, Kollergänge  
für Leistungen von etwa 0,5 bis  
6 cbm/Std. Wie bei dem Böck-  
len'schen Kollergang erfolgt der  
Antrieb der Läufer von oben  
durch die senkrechte Achse. Der  
Betrieb solcher Kollergänge ist  
natürlich ein unterbrochener,  
die Firma verbindet jedoch auch  
ihre Kollergänge mit ihren Trich-  
ter-Tellermischapparaten (auf  
die wir noch zurückkommen)  
derart, daß ersterer die Roh-  
materialien selbsttätig abmißt,  
diese zunächst trocken innig  
durcharbeitet und dann erst an  
den Kollergang abgibt, der nun  
nur noch die nasse Durchknetung  
zu bewirken hat.

Abbildung 10. Kollergang System Eirich, Georgs-Marien-Bergwerks-  
und Hüttenverein, A.-G.



Die Firma Dango & Dienenthal in Siegen i. W.  
baut einen Kollergang mit automatischer Entleerung, der  
in Abbildung 9 dargestellt ist. Hier stehen die Läufer fest  
und der Teller, der mit einem Zahnkranz am unteren Rand

Abbildung 9.  
Kollergang  
von Dango  
& Dienen-  
thal, Siegen.



versehen ist, wird durch ein Zahnrad in Drehung versetzt.  
Der Kraftbedarf ist infolgedessen ein geringer. Die Läu-  
fer, die nur ganz leicht auf dem Tellerboden aufrufen und  
an einer festen, durchgehenden, aber in der Höhenlage  
regulierbaren Stahlachse befestigt sind, werden bei der  
Drehung des Tellers ebenfalls in Drehung versetzt. Das



Material wird Ihnen durch Scharrer zugeführt, sodaß es sich zwischen Walze und Teller hindurchquetschen muß. Grobes Material wird dabei entsprechend zerkleinert. Die Maschine dürfte sich nach ihrer Bauart besonders für Mörtel eignen, ist dafür auch in der Hauptsache bisher verwendet worden. Nach Durchmischung der Masse wird durch Hebel-

druck eine Bodenklappe geöffnet, sodaß das fertige Mischgut abgezogen werden kann. Die Kollergänge werden für Mindestleistungen in 10 Stunden von 10, 15, 20 und 25 cbm geliefert, die Teller haben dann 1550—2150 mm Durchmesser. Der Teller erhält 20 Umdrehungen in der Minute, die Betriebskraft ist 5—8 PS. —  
(Schluß folgt.)

# Die Dimensionierung von rechteckigen Eisenbetonquerschnitten für zusammengesetzte Festigkeit.

Von Dipl.-Ing. Max Mayer in Neustadt a. H.

Wir denken uns einen rechteckigen Betonquerschnitt mit Eiseneinlagen längs zweier gegenüberliegender Seiten und bezeichnen wie üblich mit:  $b$  die Länge der beiden Rechteckseiten, an denen die Eisen liegen,  $h$  die Länge des anderen Rechteckseitenpaares,  $f_e$  und  $f'_e$  die beiderseitigen Summen von Eisenquerschnittflächen,  $e$  und  $e'$  die bezüglichen Abstände der Eisenquerschnitt-Schwerpunkte von der Rechteckmitte ( $h/2$ ). Die beiderseitigen Eiseneinlagen  $f_e$  und  $f'_e$  sind für den allgemeinen Fall als verschieden angenommen, müssen aber, jede Gruppe für sich, symmetrisch zur Rechteckmitte ( $b/2$ ) angeordnet sein. Der Querschnitt als Ganzes genommen hat somit eine Symmetrieachse.

Als Belastung setzen wir an einem beliebigen Punkt der Symmetrieachse angreifend eine Einzellast voraus, von der uns hier nur die Normalkomponente  $N$  angeht, oder — was das Gleiche bedeutet und worauf wir für unseren Zweck auch den erstgenannten Fall immer zurückführen wollen — eine Einzelkraft  $N$  am Schwerpunkt des Gesamtquerschnittes und ein Biegemoment  $M$ , dessen Ebenen senkrecht zum Querschnitt steht und ihn nach seiner Symmetrieachse schneidet. Wir nehmen ferner an, daß  $N$  für den untersuchten Querschnitt als Druckkraft zur Geltung komme und daß die Bezeichnungen  $f_e$  und  $e$  sich auf die Rechteckseite des größeren Druckes beziehen.

Der beschriebene Fall kommt in der Statik des Eisenbetonbaues sehr häufig vor, ist aber keineswegs soweit theoretisch ergründet und für die besondere Anwendung zurechtgelegt, als es seiner praktischen Bedeutung entsprechen würde. Er gilt beim projektierenden Ingenieur als wunder Punkt, weil man den Fall entweder sehr ungenau behandeln muß, wenn Raschheit, oder sehr umständlich, wenn Genauigkeit gefordert ist.

Die allgemein bekannte Behandlung der Aufgabe beschränkt sich auf die Ermittlung der Spannungen bei gegebenen Abmessungen. Man vergleiche dazu Prof. Mörsch's „Eisenbetonbau“, 3. Aufl., S. 128 und folgende. Eine Gleichung dritten Grades mit weitläufigen Ausdrücken für die Koeffizienten gibt zunächst die Lage der Nulllinie, eine weitere lange Gleichung dann die Betondruckspannung. Für den Sonderfall einer gegebenen symmetrischen Doppelarmierung ( $f'_e = f_e$  und  $e' = e$ ) bietet Prof. Mörsch ein sehr willkommenes und vielbenütztes Hilfsmittel in einer Tafel mit Diagrammen, aus denen wenigstens die Lage der Nulllinie rasch zu entnehmen ist. So manche symmetrische Armierung mag bloß deswegen angeordnet worden sein, damit der Entwerfende mit dieser Tafel sich das Auflösen einer Gleichung dritten Grades sparen konnte; das gibt zwar eine kleine Eisenverschwendung, aber jedenfalls eine solide Konstruktion.

Formeln für die Spannungs-Berechnung sind aber immer nur die erste Entwicklungsstufe der Theorie; ihr Endziel besteht in Dimensionierungsformeln, denn diese braucht der entwerfende Konstrukteur, während er erstere stets nur als unbehaglichen Notbehelf betrachtet wird. Auch für unsere Aufgabe sind immer die Maximalspannungen vorgeschrieben, und fast immer, nämlich regelmäßig im zweiten Teil von Bogen- und Rahmenberechnungen, liegt die Sache so, daß bei gegebenen Schnittkräften  $M$  und  $N$  ein zu Anfang der Untersuchung angenommener Rechteckquerschnitt ( $b \cdot d$ ) mit solchen Eiseneinlagen ( $f_e$  und  $f'_e$ ) versehen werden soll, daß Betondruck und Eisenzug ( $\sigma_b$  u.  $\sigma_e$ ) gegebene Werte erreichen.

Man hat dann wohl meistens für  $f_e$  und  $f'_e$  schätzungsweise Annahmen gemacht und, wenigstens in heikleren Fällen, nach den oben angedeuteten ausgedehnten Formeln die Spannungen gerechnet. Dieser Vorgang mußte wiederholt werden, bis die Ergebnisse für die Spannungen genügend nahe an die gegebenen Werte heranreichten. Erschwerend wirkte dabei der Umstand, daß die beiderseitigen Eiseneinlagen willkürlich anzunehmen waren, daß man also den Einfluß von zwei unabhängigen Veränderlichen abschätzen mußte, was den Rechnungsgang sehr unübersichtlich und verwickelt macht.

Das ganze Verfahren bedeutete aus zwei Gründen einen überflüssigen Aufwand an Zeit und Mühe: erstens ist ein indirektes Probiervorgehen ungleich langwieriger als eine direkte Rechnung, deren Möglichkeit im folgenden gezeigt wird, und zweitens ist schon die einmalige

Anwendung der indirekten Rechnung mit ihrer Gleichung dritten Grades viel umständlicher als die direkte Rechnung.

Die Grundformeln, in denen unsere allgemeine Auffassung von den Gesetzen der Spannungsverteilung im gebogenen Eisenbetonbalken niedergelegt ist, lauten (Mörsch, Eisenbetonbau, Seite 128):

$$\begin{aligned} N &= \frac{bx}{2} \sigma_b + f'_e \sigma'_e - f_e \sigma_e \dots\dots\dots 1) \\ M &= \frac{bx}{2} \sigma_b \left( \frac{d}{2} - \frac{x}{3} \right) + f'_e \sigma'_e e' + f_e \sigma_e e \dots\dots\dots 2) \\ e + \frac{d}{2} - x &\dots\dots\dots 3) \quad e' - \frac{d}{2} + x \dots\dots\dots 4) \\ \sigma_e &= n \sigma_b \frac{e + \frac{d}{2} - x}{x} \quad \sigma'_e = n \sigma_b \frac{e' - \frac{d}{2} + x}{x} \end{aligned}$$

Wenn wir nun unmittelbar darauf ausgehen wollen, Dimensionierungsformen zu erhalten, so haben wir  $\sigma_b$  und  $\sigma_e$  als bekannte Werte, dagegen  $x$ ,  $f_e$  und  $f'_e$  als unbekannt und die beiden letzteren als gesucht anzusehen. Die Auflösung des Gleichungssystems gestaltet sich von diesem Standpunkt höchst einfach und gibt: aus 3) durch einfaches Umstellen

$$x = \frac{n \sigma_b \left( e + \frac{d}{2} \right)}{\sigma_e + n \sigma_b} \dots\dots\dots 5)$$

Hiermit ist ausgedrückt, daß bei gegebenen Spannungsgrenzen die Lage der Nulllinie konstant und ohne weiteres zu ermitteln ist. Mit den Werten

$$n = 15, \sigma_b = 40 \text{ und } \sigma_e = 1000 \text{ kg/qcm} \text{ wird z. B. } x = \frac{3}{8} \left( e + \frac{d}{2} \right),$$

eine von anderen Fällen (einfache Biegung) her bekannte und sehr häufig zu benützende Beziehung.

Nun eliminieren wir  $f'_e$  aus 1) und 2) und bekommen so, da  $x$  nun als bekannt anzusehen ist, die Gleichung

$$f_e = \frac{M - Ne' + \frac{bx}{2} \sigma_b \left( e' + \frac{x}{3} - \frac{d}{2} \right)}{\sigma_e (e + e')} \dots\dots\dots 6)$$

Hiermit kommt man durch einfaches Einsetzen auf die weitere Gleichung

$$f'_e = \frac{x}{n \sigma_b} \cdot \frac{N + f_e \sigma_e - \frac{bx}{2} \sigma_b}{e' - \frac{d}{2} + x} \dots\dots\dots 7)$$

Wir können aber ähnlich wie bei 6) auch hierfür einen Ausdruck durch Eliminieren von  $f_e$  aus 1) und 2) ableiten, wodurch sich ergibt:

$$f'_e = \frac{M + Ne - \frac{bx}{2} \sigma_b \left( e + \frac{d}{2} - \frac{x}{3} \right)}{\sigma'_e (e + e')} \dots\dots\dots 8)$$

Den gleichen Ausdruck erhält man, wenn man den Wert 6) in Gleich. 7) einführt, was die Richtigkeit bestätigt.

Wir möchten hierzu bemerken, daß die Ausrechnung dieser Formeln, die wir hier natürlich unterdrücken, eine nicht ganz übersichtliche und einfache Arbeit ist, bei deren Durchführung man sich leicht in einen Wirrwarr von Beziehungen verwickelt, aus dem man nicht mehr herausfindet, daß man dabei aber auch manchen wertvollen Einblick in die Gesetzmäßigkeiten der Spannungsverteilung und des Gleichgewichtes erlangt.

Mit der Benutzung dieser drei Formeln (5, 6 und 8) ist der direkte, einfache Weg zur Dimensionierung des Falles gegeben. Die Rechnung ist durch sie in den meisten Fällen glatter ledigt, besonders wenn es sich um stark beanspruchte Querschnitte und um stark exzentrischen Druck handelt.

Da jedoch die beiden Eisenformeln (6 und 8) im Zähler neben den positiven auch negative Glieder enthalten, können sich unter Umständen negative, also unbrauchbare Werte für die Eisenquerschnittflächen herausstellen. Wir dürfen eben nicht vergessen, daß die Übereinstimmung zwischen den geometrisch-statischen Verhältnissen im Querschnitt und dem mathematischen Formelbild derselben nur teilweise, nämlich hier nur bis zur Nullgrenze (wie in anderen Fällen bis zur Proportionalitätsgrenze) gilt; dementsprechend gelten natürlich auch die resul-

tierenden theoretischen Formeln nur über den gleichen Bereich und verlieren außerhalb desselben ihren Wert.

Der häufigere Fall ist der, daß der Querschnitt überhaupt zu wenig beansprucht ist, als daß die zulässige Grenze für  $\sigma_b$  erreicht werden könnte. Man würde dann  $f'_e$  negativ, also nicht als Entlastung, sondern als Belastung des Betons bekommen. Die größte hierbei mögliche, durch völliges Weglassen der Druckarmierung zu erreichende Beton-Druckspannung  $\sigma_b$  folgt aus Gleichung

$$\sigma_b \cdot \frac{\sigma_e + \frac{2}{3} n \sigma_b}{(\sigma_e + n \sigma_b)^2} = \frac{2 (M + N e)}{n b \left( \frac{d}{2} + e \right)^2} \dots \dots \dots 9)$$

Dieser Ausdruck leitet sich her, indem man das Zähleraggregat von 8) gleich Null setzt,  $x$  eliminiert und ausgiebig umformt.

Man kann also in Zweifelsfällen, das heißt wenn eine Verstärkung der Betondruckseite nicht nötig erscheint, den zulässigen Grenzwert für die Betondruckspannung in 9) einsetzen; wird dann die linke Seite kleiner als die rechte, so ist eine Druckarmierung nötig und man rechnet mit den früheren drei Formeln wie gewöhnlich; wird dagegen die linke Seite größer, so kann man den Beton auch ohne Druckarmierung nicht ganz ausnutzen. Man muß dann die Gleichung nach  $\sigma_b$  auflösen, was durch Probieren sehr rasch geht, wenn man sie nicht weiter umformt. Das Ergebnis setze man ein in  $\frac{b x}{2} \cdot \sigma_b - N$  die Formeln 5) und 6), wofür sich aber letztere noch folgendermaßen vereinfachen läßt:  $f_e = \frac{\dots}{\sigma_e} \dots 10)$

Gleichung 6) reduziert sich auf diesen Ausdruck, wenn man sie mit dem gleich Null gesetzten Zähler von (8) zusammenhält; ein Vergleich der Formel 7) mit der Bedingung dieses Falles  $f'_e = 0$  beweist die Richtigkeit.

Andererseits ist auch noch denkbar, daß  $f_e$  negativ erscheint; das ist bei einer geringen Exzentrizität der Resultierenden oder bei einem verhältnismäßig kleinen Wert des Biegemomentes zu erwarten.

In diesem Fall tut man am besten, erst zu untersuchen, ob man neben  $f_e = 0$  nicht auch gleichzeitig  $f'_e = 0$  setzen kann, ob also die statischen Verhältnisse überhaupt eine Armierung des fraglichen Querschnittes erfordern. Wenn wir die beiden eben genannten Bedingungen mit unseren Grundgleichungen zusammennehmen, so kommen wir auf  $\sigma_b = \frac{12 N^2}{b (N d - 2 M)} \dots 11)$

Aus dieser Formel ist ganz richtig zu ersehen, daß ein endlicher Wert für die Betondruckspannung an der Kante des nicht zugestufen Querschnittes sich überhaupt bloß dann ergibt, wenn die äußere Kraft innerhalb des Querschnittes selbst angreift, nämlich wenn  $\frac{M}{N} < \frac{d}{2}$  ist.

Wenn aus Formel 11) ein zuverlässiger Wert für den Betondruck erscheint, so braucht man überhaupt nicht weiter zu rechnen und muß die Armierung nicht nach statischen, sondern nach konstruktiven Gesichtspunkten festsetzen. Im anderen Fall, wenn sich eine Druckarmierung als nötig erweist, berechnet man den Abstand der Nulllinie als Wurzel der quadratischen Gleichung

$$x^2 + 3 x \left( e' - \frac{d}{2} \right) = \frac{6 (N e' - M)}{b \sigma_b} \dots \dots \dots 12)$$

und den erforderlichen Eisenquerschnitt zu

$$f_e = \frac{N - \frac{b x}{2} \sigma_b}{e' - \frac{d}{2} + x} \dots 13)$$

$$n \sigma_b = \frac{\dots}{x}$$

Beide Beziehungen ergeben sich aus den vier Grundgleichungen einfach dadurch, daß man  $f'_e = 0$  setzt,  $\sigma_e'$  eliminiert und nach den beiden anderen Unbekannten auflöst.

Hiermit ist die gestellte Aufgabe nach allen Richtungen gelöst. Dabei war immer ein einziger gegebener Fall der Beanspruchung des Querschnittes vorausgesetzt. Da man bei der praktischen Anwendung meist auf mehrere ungünstige Belastungsfälle Rücksicht zu nehmen hat, wird man dieselben einzeln in der dargestellten Weise behandeln und für die beiderseitigen Armierungen die größten der sich ergebenden Werte festhalten. Man verfährt dann etwas zu ungünstig, da jede der beiden Armierungen die andere etwas entlastet; das hat aber für die Anwendung gar nichts zu bedeuten. Wir wollen jedoch den Sonder-

fall, der nach dieser Richtung am meisten hervortritt, noch näher betrachten.

Wenn man aus der statischen Untersuchung bei ungefähr gleicher Normalkraft zwei entgegengesetzte Werte für das Biegemoment von ungefähr gleicher Größe bekommen hat, so wird man sich von vornherein dazu entschließen, den Querschnitt symmetrisch zu armieren, sodaß

$$f_e = f'_e \text{ und } e = e' \text{ wird.}$$

Wir haben dann zu unseren vier Grundgleichungen noch eine weitere Bedingung, sodaß die Aufgabe überbestimmt wird. Es ist demnach unmöglich, gleichzeitig den Betondruck und den Eisenzug vollständig auszunützen; von den beiden bisher festgehaltenen Bedingungen, daß sowohl  $\sigma_b$  als  $\sigma_e$  die zulässige Grenze erreichen sollen, müssen wir nun eine aufgeben und in die weniger genaue Forderung umwandeln, daß die betreffende Spannung nun jedenfalls unter dieser Grenze zu bleiben habe.

Wenn man aus den Grundgleichungen, nach Einführung der obigen Bedingungen,  $f_e$  eliminiert, kommt man auf folgende Beziehung, die unsere Aufgabe kennzeichnet:

$$2 N e^2 - M (2 x - d) = \sigma_b \cdot b x \left( e^2 + \left( \frac{d}{2} - x \right) \left( \frac{d}{2} - \frac{x}{2} \right) \right) 14)$$

Im Zusammenhang mit  $\sigma_e = \frac{x \cdot \sigma_e}{n \left( e + \frac{d}{2} - x \right)} \dots 15)$

bildet sie den Ausgangspunkt für die weitere Behandlung. Bei geringer Exzentrizität der Schnittkraft ist man sicher, daß die Beanspruchung des Betons ausschlaggebend ist. Man hat dann durch Probieren die Gleichung aufzulösen:

$$x^3 - 2 d x^2 + 3 x \left( \frac{2 M}{b \sigma_b} + e^2 + \left( \frac{d}{2} \right)^2 \right) - \frac{3 M d + 6 N e^2}{b \sigma_b} = 0, 16)$$

worin für  $\sigma_b$  der zulässige Grenzwert einzusetzen ist. Die Gleichung erhält man durch Umformen von 14). Sodann kontrolliert man mittels 3), ob die Eisenzugspannung, die hierbei bedingt ist, zulässig bleibt; wenn dies der Fall ist, rechnet man die Eisenzugfläche der symmetrischen Armierung, die zur Erzielung der in 16) eingesetzten Betondruckspannung nötig ist, aus

$$f_e = \frac{N - \frac{b x}{2} \sigma_b}{n \sigma_b \cdot \frac{2 x - d}{x}} \dots \dots \dots 17)$$

Wenn jedoch die prüfende Anwendung der Gleichung 3) ergibt, daß die Eisenzugspannung den zulässigen Grenzwert überschreiten würde, oder von vornherein bei stark exzentrischer Beanspruchung, muß man darauf verzichten, die Betondruckfestigkeit voll auszunützen, sofern man an der symmetrischen Armierung festhalten will, und muß dann die Zugeisen als maßgebend betrachten. Man muß dann folgende Gleichung auflösen:

$$x^4 - 2 d x^3 - 3 x^2 \left( \frac{2 M n}{b \sigma_b} - e^2 - \left( \frac{d}{2} \right)^2 \right) + x \cdot \frac{6 n}{b \sigma_e} \left( M (e + d) + N e^2 \right) - \frac{3 n}{b \sigma_e} \left( M d + 2 N e^2 \right) \left( e + \frac{d}{2} \right) = 0, \dots 18)$$

worin jetzt nur die zulässige Eisenzugspannung als bekannte Größe auftritt. Die Wurzel der Gleichung, eingeführt in 15), zeigt, ob wirklich die Betondruckspannung klein genug bleibt, und die Gleichung 17), worin die Resultate von 18) und 15) einzusetzen sind, gibt schließlich die Dimensionierung auch dieser Aufgabe.

Hiermit ist für alle vorkommenden Fälle der direkte Weg zur Dimensionierung der Eiseneinlagen gezeigt. Man braucht sich nur genau zu vergegenwärtigen, wodurch die verschiedenen Fälle, auf deren Unterscheidung uns die mathematische Diskussion geführt hat, gekennzeichnet sind; dann kann man durch einfache ziffernmäßige Auswertung der oben niedergelegten fertigen Formeln glatt zum Ziel kommen und dadurch, anstatt mit Hilfe der bisherigen probierenden und schätzenden Methoden, vollkommen genau, rasch und zweckmäßig vorgehen. —

**Inhalt:** Neuere Maschinen zur Betonbereitung und -Verarbeitung. (Fortsetzung.) — Die Dimensionierung von rechteckigen Eisenbetonquerschnitten für zusammengesetzte Festigkeit. —

Verlag der Deutschen Bauzeitung, G. m. b. H., Berlin. Für die Redaktion verantwortlich Fritz Eiselen, Berlin. Buchdruckerei Gustav Schenck Nachflg., P. M. Weber, Berlin.